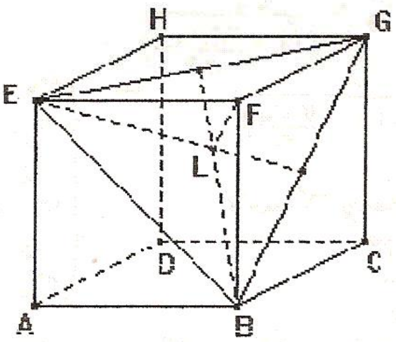
2. Soit $M(x ; y ; z)$. Distance de M à P_1 = distance de M à P_2 ssi $\frac{|x-y+z-1|}{\sqrt{3}} = \frac{|x+y+z-3|}{\sqrt{3}}$

ssi $x-y+z-1 = x+y+z-3$ ou $x-y+z-1 = -(x+y+z-3)$
ssi $-2y+2=0$ ou $2x+2z-4=0$
ssi $M \in P_3 \cup P_4$ où P_3 et P_4 sont les plans d'équations respectives $-y+1=0$ et $x+z-2=0$.
On note $\overrightarrow{n_1}(0 ; 1 ; 0)$ un vecteur normal à P_3 et $\overrightarrow{n_2}(1 ; 0 ; 1)$ un vecteur normal à P_4. On a alors $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 0$ donc $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ sont orthogonaux, donc P_3 et P_4 sont perpendiculaires.

N°4



1. Dans le repère donne on a : $E(1 ; 0 ; 1)$, $F(1 ; 1 ; 1)$, $G(0 ; 1 ; 1)$ et $B(1 ; 1 ; 0)$.
   L est l'isobarycentre de E, G et B donc $L(\frac{2}{3} ; \frac{2}{3} ; \frac{2}{3})$.
   Alors $\overrightarrow{LF}(\frac{1}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{1}{3})$, $\overrightarrow{EG}(-1 ; 1 ; 0)$ et $\overrightarrow{EB}(0 ; 1 ; -1)$.
   $\overrightarrow{LF}.\overrightarrow{EG} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$ donc la droite (LF) est orthogonale à (EG).
   $\overrightarrow{LF}.\overrightarrow{EB} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$ donc la droite (LF) est orthogonale à (EB).
   Ainsi, la droite (LF) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (EGB), donc (LF) est orthogonale au plan (EGB) donc L est le projeté orthogonal de F sur le plan (EGB).
2. $\overrightarrow{LF}.\overrightarrow{EG} = (\overrightarrow{LE} + \overrightarrow{EF})\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{LE}.\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EF}.\overrightarrow{EG} = -\frac{EG}{2}EG + \frac{EG}{2}EG = 0$ donc (LF) est orthogonale au plan (EGB). On montre d'une manière similaire que $\overrightarrow{LF}.\overrightarrow{EB} = 0$. On conclut alors comme à la question précédente.

N°5

1. $0{,}3^x \geq 1{,}3$ ssi $\ln(0{,}3^x) \geq \ln(1{,}3)$ ssi $x \ln(0{,}3) \geq \ln(1{,}3)$ ssi $x \leq \frac{\ln(1{,}3)}{\ln(0{,}3)}$ car $\ln(0{,}3) < 0$. L'ensemble des solutions de l'inéquation est donc $]-\infty ; \frac{\ln(1{,}3)}{\ln(0{,}3)}[$.
2. Pour tout $x > 0$ on a $f(x) = 4\,x^{-2/3}$.
   a. Les primitives de f sur $]0 ; +\infty[$ sont de la forme $x \mapsto 12\,x^{1/3} + k$ avec k constante réelle.
   b. Pour tout $x > 0$ on a $f(x) = 4\exp(-\frac{2}{3}\ln x)$ donc $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ et $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$.
3. Pour tout réel $x > 0$ on a $g(x) = 8^x$ donc $g'(x) = (\ln 8)\, 8^x$.